

**Društvo matematikov, fizikov  
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19  
1000 Ljubljana

# **Tekmovalne naloge DMFA Slovenije**

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na [www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Čas reševanja: 90 minut. V sklopu A bo pravi odgovor ovrednoten z dvema točkama, medtem ko bomo za nepravilni odgovor pol točke odšteli. Odgovore sklopa A vpišite v gornjo tabelo na nalepki, spodnjo tabelo na nalepki pa pustite prazno. V sklopu B račune in odgovore zapisujte pod posamezno nalogo. Pri vsaki nalogi lahko dobite največ 7 točk.

Prilepite nalepko s šifro

**A1.** Dana sta dva trikotnika s stranicami  $a = 5$  cm,  $b = 3$  cm,  $c = 7$  cm in  $a_1 = 10$  cm,  $b_1 = 6$  cm,  $c_1 = 14$  cm. Kaj lahko poveste o teh dveh trikotnikih?

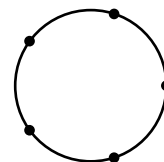
- (A) Sta skladna. (B) Sta si podobna. (C) Sta pravokotna.  
(D) Sta enakokraka. (E) Sta ploščinsko enaka.

**A2.** Obseg pravokotnika, katerega stranici sta dolgi celo število centimetrov, je 24 cm. Koliko centimetrov sta lahko dolgi njegovi stranici?

- (A) 12, 12 (B) 6, 4 ali 6, 3 (C) 6, 6 ali 8, 4 ali 10, 2  
(D) 8, 3 (E) 12, 2

**A3.** Največ koliko različnih trikotnikov lahko narišete, če za oglišča vzamete poljubne tri od petih označenih točk na krožnici?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11



**A4.** Anka je na rojstnodnevno zabavo prinesla košaro z jabolki in pomarančami. Gostje so pojedli polovico vseh jabolk in tretjino vseh pomaranč. Koliko sadja je ostalo v košari?

- (A) Polovica vsega sadja. (B) Več kot polovica sadja.  
(C) Manj kot polovica vsega sadja. (D) Tretjina vsega sadja.  
(E) Manj kot tretjina sadja.

**A5.** Matej je kupil 12 zvezkov. V sosednji papirnici bi za vsak zvezek plačal 20 centov več in bi za enak znesek kupil 3 zvezke manj. Koliko je Matej plačal za en zvezek?

- (A) 35 centov (B) 60 centov (C) 72 centov  
(D) 3 evre (E) nič od navedenega

**A6.** Vlak je razdaljo med krajema A in B prevozil v 24 urah. Polovico časa je vozil s hitrostjo  $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , tretjino časa s hitrostjo  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , preostanek časa pa s hitrostjo  $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Kolikšna je razdalja med krajema A in B?

- (A) 160 km (B) 180 km (C) 800 km  
(D) 1600 km (E) 1800 km



- B3.** V finalu plesnega turnirja *Just Dance* so uporabili ocenjevalni sistem, na podlagi katerega so določili zmagovalni par. Najprej je strokovna komisija podeljevala točke in jih zapisovala v preglednico:

Št. plesnega para	4	27	15	8	11
Nožna tehnika (T)	3	2	3	1	3
Koreografija (K)	1	2	1	3	2
Plesna figura (F)	2	2	3	3	3
Plesna izraznost (I)	3	2	2	3	2

kjer 3 točke pomenijo odlično, 2 točki dobro in 1 točka zadovoljivo.

Za izračun končne ocene (KO) so na tem tekmovanju uporabili formulo:

$$KO = 3T + K + 2F + I.$$

- A** Izračunajte končno oceno za par št. 15.
- B** V kateri kategoriji so bili plesni pari v povprečju najnižje ocenjeni?
- C** Kateri par je zmagal?
- D** Par št. 4 meni, da formula za izračun končne ocene ni poštena. Zapišite formulo za izračun končne ocene, ki bi temu paru prinesla zmago. Formula mora biti oblike

$$KO = \square T + \square K + \square F + \square I,$$

kjer morate v vsako prazno polje vpisati naravno število, manjše ali enako 3.

- B4.** Matej je stal na travniku in opazoval staro drevo. Nato se je napotil najprej 60 m proti severu in nato še 50 m proti zahodu ter ugotovil, da je drevo vzhodno od kraja, kamor je prišel. Ugotovil je še, da je od drevesa oddaljen enako kot na začetku svoje poti. Koliko metrov je oddaljen od drevesa? Narišite skico!

## Rešitve nalog in točkovnik

Tekmovalec, ki je prišel po katerikoli pravilni metodi do rešitve (četudi točkovnik take ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

### Sklop A

V preglednici so zapisani pravilni odgovori. Pravilni odgovor tekmovalca se točkuje z 2 točkama, nepravilni z  $-\frac{1}{2}$  točko, prazno polje preglednice pa z 0 točkami.

A1	A2	A3	A4	A5	A6
B	C	D	B	B	D

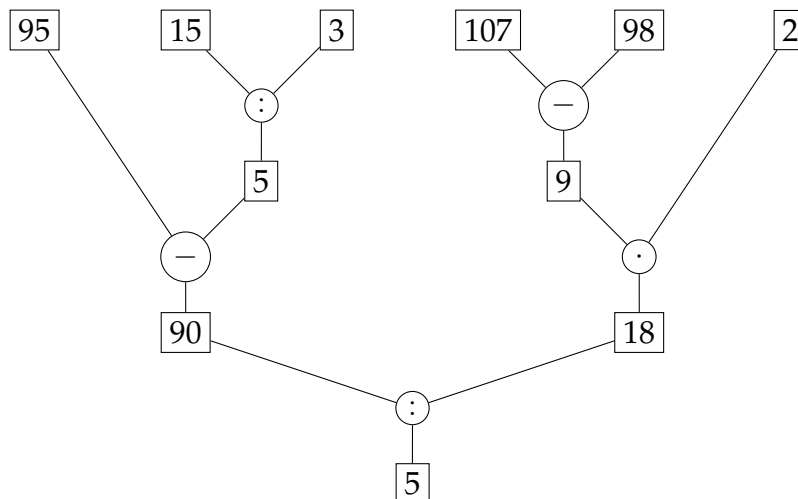
1. Razmerje med istoležnimi stranicami obeh trikotnikov je  $1 : 2$ , zato sta si trikotnika podobna.
2. Obseg pravokotnika je  $24 = 2 \cdot (a + b)$ , zato je vsota stranic  $a$  in  $b$  enaka  $12 \text{ cm}$ . Le pri odgovoru (C) je v vseh primerih vsota stranic enaka  $12$ .
3. Točke na krožnici označimo z  $A, B, C, D$  in  $E$ . Če zapišemo vse različne možne trikotnike:  $ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE$ , jih je  $10$ .
4. Anka je v košari prinesla  $x$  pomaranč in  $y$  jabolok. Po zabavi je ostalo  $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = \frac{3x+4y}{6}$  sadja, kar je več kot polovica prinesenega sadja, saj je  $\frac{3x+4y}{6} > \frac{3(x+y)}{6}$ .
5. Ceno zvezka pred podražitvijo označimo z  $x$  in zapišemo enačbo:  $12x = 9 \cdot (x + 0,20)$ . En zvezek je pred podražitvijo stal  $x = 0,60$  evra oz.  $60$  centov.
6. Vlaku je v prvih  $12$  urah prevozil  $80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 12 \text{ h} = 960 \text{ km}$ , v naslednjih  $8$  urah  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 8 \text{ h} = 480 \text{ km}$  in v zadnjih  $4$  urah  $40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 4 \text{ h} = 160 \text{ km}$  poti. Razdalja med krajema  $A$  in  $B$  je  $960 \text{ km} + 240 \text{ km} + 160 \text{ km} = 1600 \text{ km}$ .

## Sklop B

1. Izraz, ki ustreza diagramu, je

$$(95 - A : B) : ((107 - 98) \cdot C).$$

Ker je  $A = 15$ ,  $B = 3$  in  $C = 2$ , je njegova vrednost enaka  $(95 - 15 : 3) : ((107 - 98) \cdot 2) = 5$ .



Točkovnik: Skupaj: 7 točk

Zapisan izraz s simboli  $(95 - A : B) : ((107 - 98) \cdot C)$ , za vsak del po eno točko. .... 2 t

Za vsako pravilno določeno število  $A, B, C$  po en točko:  $A = 15, B = 3, C = 2$  ..... 3 t

Izračunana vrednost izraza 5 ..... 2 t

2. Za Andreja mama prvi dan privarčuje 0,01 evra, vsak naslednji dan pa dvakrat toliko kot prejšnji dan oz. v celem tednu:  $0,01 + 0,02 + 0,04 + 0,08 + 0,16 + 0,32 + 0,64 = 1,27$  EUR. V naslednjem tednu pa:  $1,28 + 2,56 + 5,12 + 10,24 + 20,48 + 40,96 + 81,92 = 162,56$  EUR. V obeh tednih za Andreja privarčuje 163,83 EUR.

Za Miha vsak teden privarčuje 75 EUR, torej 150 EUR v dveh tednih.

Za Andreja privarčuje  $\frac{163,83}{150} = 1,0922$  več kot za Miha, oz. 9,22 %.

Točkovnik: Skupaj: 7 točk

Mama po enem tednu za Andreja privarčuje 1,27 EUR. .... 2 t

Za Miha po dveh tednih privarčuje 150 EUR ..... 1 t

Za Andreja po dveh tednih privarčuje 163,83 EUR. .... 2 t

Za Andreja privarčuje več kot za Miha. .... 1 t

Za Andreja privarčuje 9,22 % več kot za Miha ..... 1 t

3. **A** Par št. 15 je pridobil za nožno tehniko 3 · 3 točke, za koreografijo 1 · 1 točko, za plesno figuro 2 · 3 točke in za plesno izraznost 1 · 2 točki. Skupaj 18 točk.

**B** Povprečne ocene parov iz:

- nožne tehnike  $\frac{12}{5}$
- koreografije  $\frac{9}{5}$
- plesne figure  $\frac{13}{5}$
- plesne izraznosti  $\frac{12}{5}$

V povprečju so bili pari najnižje ocenjeni iz koreografije.

C Točkovanje parov:

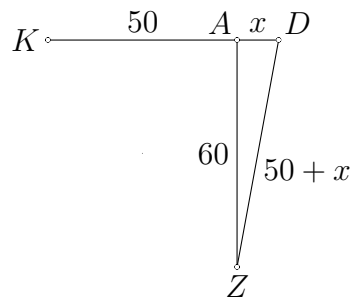
Par	T	K	F	I	$\Sigma$
4	9	1	4	3	17
27	6	2	4	2	14
15	9	1	6	2	18
8	3	3	6	3	15
11	9	2	6	2	19

D Par št. 4 bo zmagal po formuli:  $2T + 1K + 1F + 3I$  ali  $3T + 1K + 1F + 3I$ .

Točkovnik: Skupaj: 7 točk

- A Par št. 15 je pridobil 18 točk. .... 1 t
- B V povprečju so bili pari najnižje ocenjeni iz koreografije. .... 2 t
- C Odgovor, npr.: Zmagal je par št. 11. .... 2 t
- D Zapisana ena od formul, po kateri bo zmagal par št. 4:  $2T + 1K + 1F + 3I$  ali  $3T + 1K + 1F + 3I$ . .... 2 t

4. Narišimo skico in označimo začetni položaj Mateja z  $Z$ , končni s  $K$ , položaj drevesa pa z  $D$ . Ker je  $ZDA$  pravokotni trikotnik, lahko zapišemo Pitagorov izrek:  $(50 + x)^2 = 60^2 + x^2$ . Enačba ima rešitev  $x = 11$ . Matej je od drevesa oddaljen 61 m.



Točkovnik: Skupaj: 7 točk

- Narisana skica, ki na kateri sta označeni začetna in končna Matejevo lego, ki je 60 m severno in 50 m zahodno od začetne .... 2 t
- Ustrezno narisano mesto drevesa .... 1 t
- Upoštevan Pitagorov izrek:  $(50 + x)^2 = 60^2 + x^2$  .... 2 t
- Izračunana rešitev:  $x = 11$  .... 1 t
- Zapisan odgovor, npr.: Matej je od drevesa oddaljen 61 m. .... 1 t