

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

Študenti I (MAT)

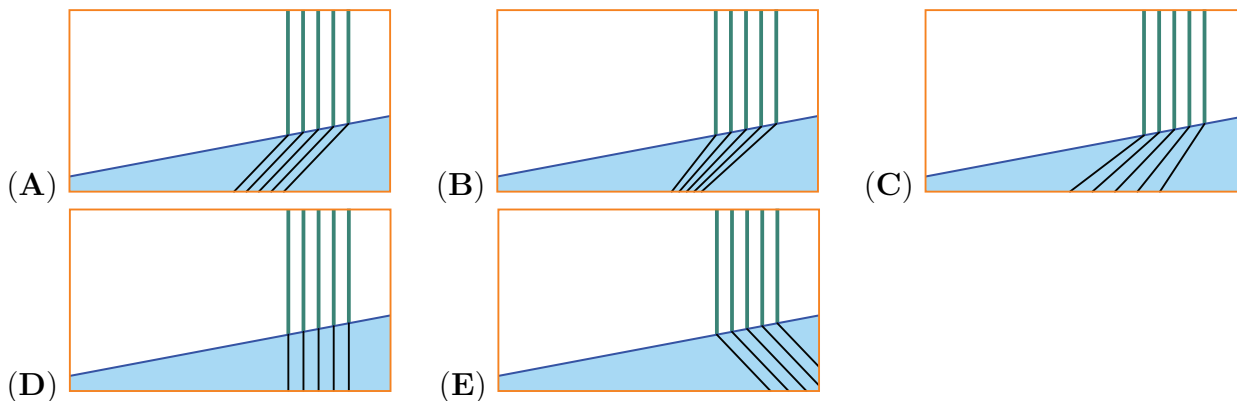
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Prilepi nalepko s šifro

Za reševanje imaš na voljo 60 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravičen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtnino točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 15 točk.

Naloge, vredne 3 točke

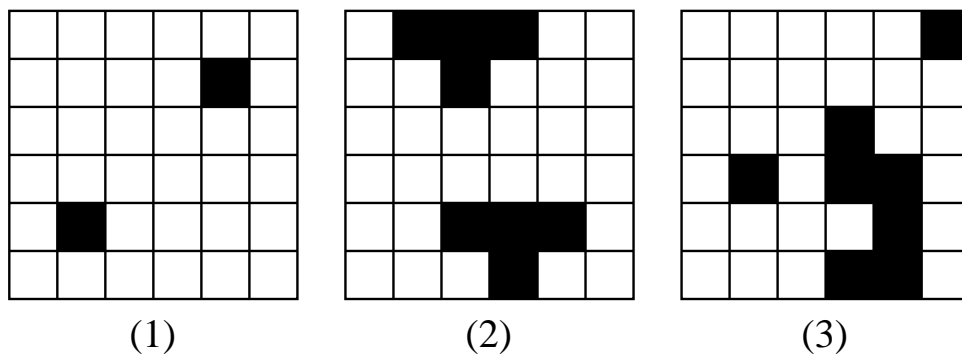
1. Na obali jezera je navpično zapičenih 5 palic. Na kateri sliki je pravilno narisano njihov odsev v jezeru?



2. Nik ima 9 železnih uteži, 9 bronastih uteži in 1 srebrno utež, ki tehtajo v nekem zaporedju 1 g, 2 g, 3 g, ..., 19 g. Skupna masa 9 železnih uteži je 133 g. Vsaj 1 železna in 1 bronasta utež imata večjo maso od srebrne uteži in vsaj 1 železna in 1 bronasta utež imata maso manjšo od srebrne uteži. Koliko gramov tehta srebrna utež?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

3. Lara ima 3 kvadratne plošče velikosti 6×6 , na katerih je nekaj polj črnih (glej sliko).



Z dominami velikosti 2×1 bi rada v celoti pokrila plošče, tako da bi vsaka domina pokrila natanko 2 polji plošče, ne bi pa pokrila nobenega črnega polja. Katero izmed plošč lahko Lara pokrije z dominami?

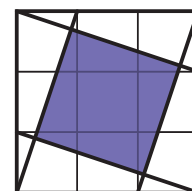
- (A) samo (1) (B) samo (2) (C) samo (3)
 (D) samo (1) in (2) (E) samo (2) in (3)

4. Za okroglo mizo so sedele 4 osebe, od katerih 1 oseba trenira smučanje, 1 oseba deskanje na snegu, 1 oseba hokej in 1 oseba hitrostno drsanje. Na Larini levi strani je sedela oseba, ki trenira smučanje. Oseba, ki trenira hitrostno drsanje, je sedela nasproti Blaža. Sara in Filip sta sedela drug poleg drugega. Na levi strani osebe, ki trenira hokej, je sedelo dekle. Kateri šport trenira Sara?

- (A) hitrostno drsanje (B) smučanje (C) hokej
 (D) deskanje na snegu (E) Nemogoče je določiti.

5. Enotski kvadrat je razdeljen na 9 enako velikih kvadratov, v kvadrat so vrisane 4 daljice (glej sliko). Kolikšna je ploščina obarvanega območja?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (E) $\frac{4}{9}$



Naloge, vredne 4 točke

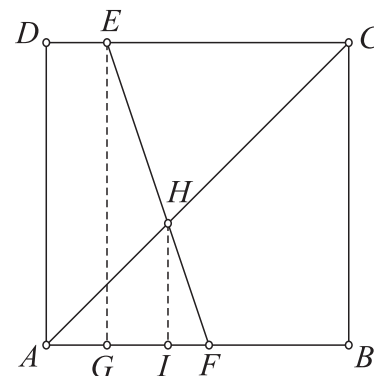
6. Eva je v koordinatni sistem narisala krivuljo, podano z enačbo $x^3 + y^3 = x^2y^2$. Koordinatni osi nista del nobenega kvadranta. Katera izmed naslednjih trditev je pravilna za točke krivulje, ki jo je narisala Eva?

- (A) Nobena točka krivulje ne leži v 1. kvadrantu.
 (B) Nobena točka krivulje ne leži v 2. kvadrantu.
 (C) Nobena točka krivulje ne leži v 3. kvadrantu.
 (D) Nobena točka krivulje ne leži v 4. kvadrantu.
 (E) V vsakem kvadrantu je kakšna izmed točk krivulje.

7. Po nekaterih ocenah je na Zemlji, glede na trenutno letno porabo, nafte še za natanko 50 let. Za najmanj koliko odstotkov glede na prejšnje leto bi morali vsako nadaljnje leto zmanjšati porabo nafte, da je ne bi nikoli zmanjkalo?

- (A) 0.2 (B) 2 (C) 20 (D) 200
 (E) Nafte bo zmanjkalo ne glede na odstotek zmanjšanja porabe.

8. V kvadratu $ABCD$ so E, F, G, H in I take točke, da je EG pravokotna na AB in je HI vzporedna EG . Naj bo $a = |AG|$, $b = |GI|$, $c = |IF|$ in $d = |FB|$. Koliko je d izražen z a, b in c ?



- (A) $\frac{(a+c)c - b^2}{b}$ (B) $\frac{ab}{c}$
 (C) $\frac{(b+c)c - a^2}{a}$ (D) $\frac{ac}{b}$
 (E) $\frac{(a+b)b - c^2}{c}$

9. Na kongresu je vsak od 2016 udeležencev dobil kartico, na kateri je bila številka od 1 do 2016, vsak udeleženec je dobil kartico z različno številko. Vsak udeleženec s številko od 1 do 2015 se je rokoval z natanko toliko drugimi udeleženci, kot je bilo število, ki je bilo napisano na njegovi kartici. S koliko udeleženci kongresa se je rokoval udeleženec s številko 2016 na kartici?

- (A) 1 (B) 504 (C) 672 (D) 1008 (E) 2015

10. Polinom p z realnimi koeficienti zadošča pogojema $p(x)^2 = p(p(x)) - 9$, $p(-x) = p(x)$. Koliko je vrednost $p(1)$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 9
 (E) Nič od predhodnega.

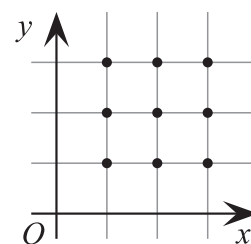
Naloge, vredne 5 točk

11. Izbrana točka v notranjosti kocke je vrh 6 štiristranih piramid, katerih osnovne ploskve so mejne ploskve kocke. Prostornine 5 izmed teh 6 piramid so 2, 5, 10, 11 in 14. Koliko je prostornina 6. piramide?

- (A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 12

12. Za koliko kvadratnih funkcij spremenljivke x gre njihov graf skozi vsaj 3 označene točke (glej sliko)?

- (A) 6 (B) 15 (C) 19 (D) 22 (E) 27

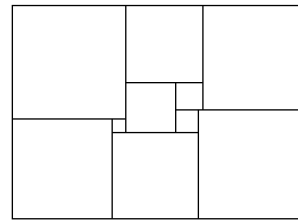


13. Ko je Pavle leta 1955 praznoval svoj rojstni dan, je bila njegova starost enaka vsoti števk leta, ko se je rodil. Koliko je bila vsota števk tistega leta, ko je bil Pavle star 50 let?

- (A) 24 (B) 25 (C) 29 (D) 30 (E) 31

14. Pravokotnik je razdeljen na 10 kvadratov različnih velikosti (glej sliko). Ploščina najmanjšega kvadrata je 9 cm^2 . Koliko kvadratnih centimetrov je ploščina pravokotnika?

- (A) 2944 (B) 3055 (C) 3102 (D) 3120 (E) 3168



15. Ana je izbrala naravno število n in nato zapisala vsoto vseh naravnih števil od 1 do n . Nato je izbrala še praštevilo p , ki deli dobljeno vsoto, a nobenega od seštevancev. Katero izmed naslednjih števil je lahko enako vsoti $n + p$?

- (A) 217 (B) 221 (C) 229 (D) 245 (E) 269

Študenti II

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Prilepi nalepko s šifro

Za reševanje imaš na voljo 60 minut. Odgovore zapiši v gornjo preglednico. Za vsak pravilen odgovor dobiš toliko točk, kot je naloga vredna. Za vsak nepravilen odgovor ti odštejemo četrtno točk, kot je naloga vredna. Če pa pušiš polje v preglednici prazno, dobiš 0 točk. Da bi se izognili negativnemu končnemu dosežku, ti priznamo začetnih 15 točk.

Naloge, vredne 3 točke

1. Navijači so potovali na nogometno tekmo z 32 kombiji, v vsakem kombiju je bilo enako število navijačev. Na poti se je 8 kombijev pokvarilo in navijači iz teh kombijev so se razporedili po vseh preostalih kombijih, po 2 navijača na kombi. Koliko navijačev je potovalo na nogometno tekmo?

- (A) 48 (B) 144 (C) 192 (D) 256 (E) 384

2. Sonja je sešela sodo število različnih praštevil in dobila liho število, Lina pa je sešela liho število različnih praštevil in dobila sodo število. Kakšni števili bi dobili Sonja in Lina, če bi namesto vsote izračunali zmnožek?

- (A) Sonja sodo, Lina liho. (B) Sonja liho, Lina sodo.
(C) Sonja in Lina liho. (D) Sonja in Lina sodo.
(E) Nemogoče je določiti.

3. Ob katerem izmed naslednjih časov oklepata urni in minutni kazalec najmanjši kot?

- (A) 2:11 (B) 4:22 (C) 6:33 (D) 8:44 (E) 10:55

4. Špela je opazovala 2016 kengurujev, vsak je bil ali siv ali rdeč, vsaj 1 kenguru je bil siv in vsaj 1 kenguru je bil rdeč. Za vsakega izmed opazovanih kengurujev je Špela izračunala kvocient: število kengurujev druge barve, kot je bil opazovani kenguru, je delila s številom vseh kengurujev iste barve, kot je bil opazovani kenguru. Nato je vseh 2016 izračunanih kvocientov sešela. Koliko je bila vsota, ki jo je izračunala Špela?

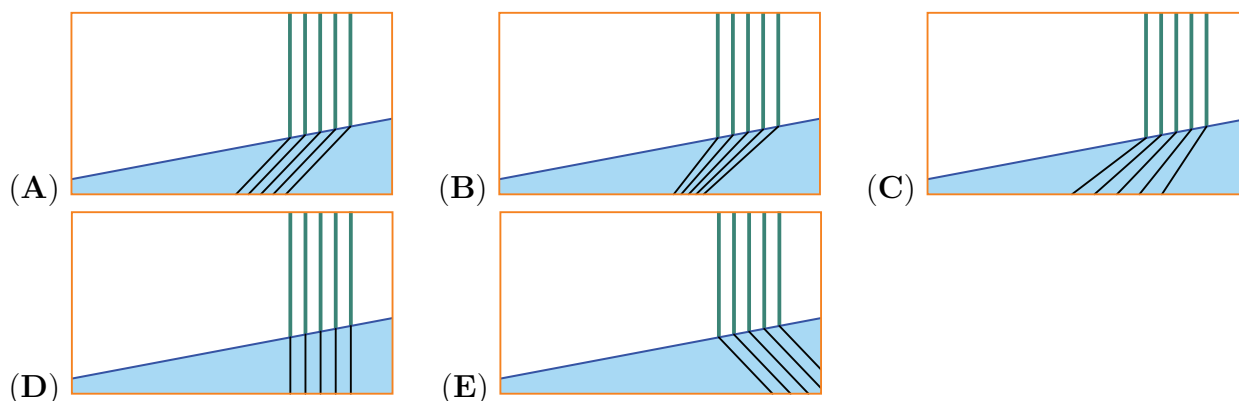
- (A) 672 (B) 1008 (C) 1344 (D) 2016
(E) Nemogoče je določiti.

5. Motorni čoln, ko pluje s tokom reke, potrebuje 4 h, da pripluje od mesta X do mesta Y , in 6 h za povratek od mesta Y do mesta X , ko pluje proti toku reke. Koliko ur pluje s tokom reke leseno deblo od mesta X do mesta Y ?

- (A) 5 (B) 10 (C) 12 (D) 20 (E) 24

Naloge, vredne 4 točke

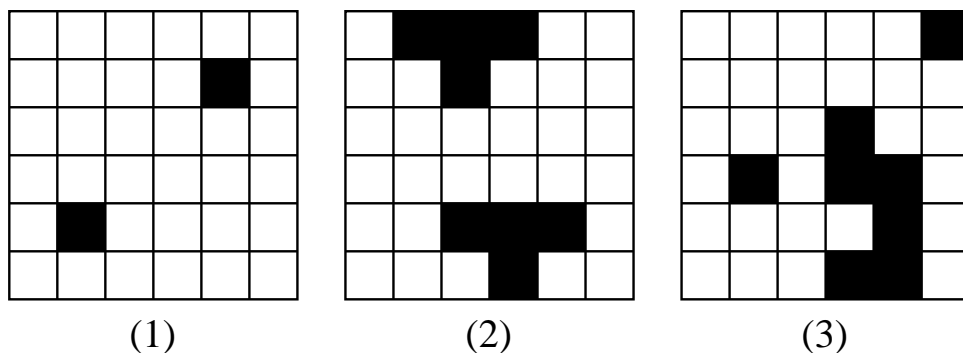
6. Na obali jezera je navpično zapičenih 5 palic. Na kateri sliki je pravilno narisano njihov odsev v jezeru?



7. Nik ima 9 železnih uteži, 9 bronastih uteži in 1 srebrno utež, ki tehtajo v nekem zaporedju 1 g, 2 g, 3 g, ..., 19 g. Skupna masa 9 železnih uteži je 133 g. Vsaj 1 železna in 1 bronasta utež imata večjo maso od srebrne uteži in vsaj 1 železna in 1 bronasta utež imata maso manjšo od srebrne uteži. Koliko gramov tehta srebrna utež?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

8. Lara ima 3 kvadratne plošče velikosti 6×6 , na katerih je nekaj polj črnih (glej sliko).



Z dominami velikosti 2×1 bi rada v celoti pokrila plošče, tako da bi vsaka domina pokrila natanko 2 polji plošče, ne bi pa pokrila nobenega črnega polja. Katero izmed plošč lahko Lara pokrije z dominami?

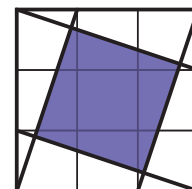
- (A) samo (1) (B) samo (2) (C) samo (3)
 (D) samo (1) in (2) (E) samo (2) in (3)

9. Za okroglo mizo so sedele 4 osebe, od katerih 1 oseba trenira smučanje, 1 oseba deskanje na snegu, 1 oseba hokej in 1 oseba hitrostno drsanje. Na Larini levi strani je sedela oseba, ki trenira smučanje. Oseba, ki trenira hitrostno drsanje, je sedela nasproti Blaža. Sara in Filip sta sedela drug poleg drugega. Na levi strani osebe, ki trenira hokej, je sedelo dekle. Kateri šport trenira Sara?

- (A) hitrostno drsanje (B) smučanje (C) hokej
 (D) deskanje na snegu (E) Nemogoče je določiti.

10. Enotski kvadrat je razdeljen na 9 enako velikih kvadratov, v kvadrat so vrisane 4 daljice (glej sliko). Kolikšna je ploščina obarvanega območja?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (E) $\frac{4}{9}$



Naloge, vredne 5 točk

11. Eva je v koordinatni sistem narisala krivuljo, podano z enačbo $x^3 + y^3 = x^2y^2$. Koordinatni osi nista del nobenega kvadranta. Katera izmed naslednjih trditev je pravilna za točke krivulje, ki jo je narisala Eva?

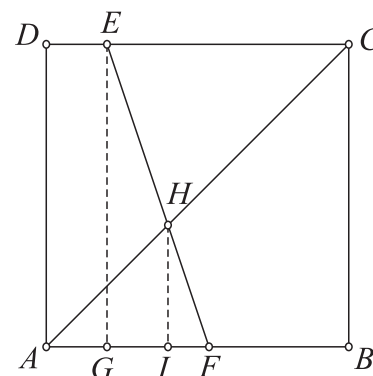
- (A) Nobena točka krivulje ne leži v 1. kvadrantu.
 (B) Nobena točka krivulje ne leži v 2. kvadrantu.
 (C) Nobena točka krivulje ne leži v 3. kvadrantu.
 (D) Nobena točka krivulje ne leži v 4. kvadrantu.
 (E) V vsakem kvadrantu je kakšna izmed točk krivulje.

12. Po nekaterih ocenah je na Zemlji, glede na trenutno letno porabo, nafte še za natanko 50 let. Za najmanj koliko odstotkov glede na prejšnje leto bi morali vsako nadaljnje leto zmanjšati porabo nafte, da je ne bi nikoli zmanjkalo?

- (A) 0.2 (B) 2 (C) 20 (D) 200
 (E) Nafta bo zmanjkala ne glede na odstotek zmanjšanja porabe.

13. V kvadratu $ABCD$ so E, F, G, H in I take točke, da je EG pravokotna na AB in je HI vzporedna EG . Naj bo $a = |AG|$, $b = |GI|$, $c = |IF|$ in $d = |FB|$. Koliko je d izražen z a, b in c ?

- (A) $\frac{(a+c)c - b^2}{b}$ (B) $\frac{ab}{c}$
 (C) $\frac{(b+c)c - a^2}{a}$ (D) $\frac{ac}{b}$
 (E) $\frac{(a+b)b - c^2}{c}$



14. Na kongresu je vsak od 2016 udeležencev dobil kartico, na kateri je bila številka od 1 do 2016, vsak udeleženec je dobil kartico z različno številko. Vsak udeleženec s številko od 1 do 2015 se je rokoval z natanko toliko drugimi udeleženci, kot je bilo število, ki je bilo napisano na njegovi kartici. S koliko udeleženci kongresa se je rokoval udeleženec s številko 2016 na kartici?

- (A) 1 (B) 504 (C) 672 (D) 1008 (E) 2015

15. Polinom p z realnimi koeficienti zadošča pogojevema $p(x)^2 = p(p(x)) - 9$, $p(-x) = p(x)$. Koliko je vrednost $p(1)$?

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 9
(E) Nič od predhodnega.