

**Društvo matematikov, fizikov
in astronomov Slovenije**

Jadranska ulica 19
1000 Ljubljana

Tekmovalne naloge DMFA Slovenije

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije dovoljuje shranitev v elektronski obliki, natis in uporabo gradiva v tem dokumentu **za lastne potrebe učenca/dijaka/študenta in za potrebe priprav na tekmovanje na šoli, ki jo učenec/dijak/študent obiskuje**. Vsakršno drugačno reproduciranje ali distribuiranje gradiva v tem dokumentu, vključno s tiskanjem, kopiranjem ali shranitvijo v elektronski obliki je prepovedano.

Še posebej poudarjamo, da **dokumenta ni dovoljeno javno objavljati na drugih spletnih straneh** (razen na www.dmfa.si), dovoljeno pa je dokument hraniti na npr. spletnih učilnicah šole, če dokument ni javno dostopen.

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole za srebrno priznanje

Šolsko leto 2008/09

1. skupina (nižja stopnja zahtevnosti)

Datum: 17. 4. 2009

Čas pisanja: od 10.00 do 12.00

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalo.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga

Kino iztrži 34.560,00 EUR, če 5 dni tedensko predvaja 4 predstave dnevno in je zasedenost dvoran 100 %.

- a) Koliko predstav dnevno bi morali predvajati, da bi pri 7 dnevnem predvajanju in 80 % zasedenosti dvoran zaslužili 29.030,40 EUR? *(3 točke)*
- b) Kakšna bi morala biti povprečna zasedenost kinodvoran, da bi pri predvajanju 5 predstav dnevno, 6 dni tedensko, zaslužili 36.936,00 EUR, pri čemer je bilo 25 % vstopnic prodanih po za 20 % nižjih cenah v okviru abonmajskih ugodnosti? *(4 točke)*

2. naloga

V Sydneyu staneta 2 gl (galoni) multivitaminskega soka toliko kot 15 lb kivija. 5 gl (galon) multivitaminskega soka pa stane 65,00 AUD. Slovenski uvoznik je uvozil trikrat po 15 ton kivija in dobil 4 % popust, uvozni stroški pa znašajo 5 %. (1 lb = 0,45 kg)

a) Kakšen je menjalni tečaj EURO/AUD, če je cena za en kilogram kivija 1,86 EUR?
(4 točke)

b) Koliko iztrži avstralski izvoznik za v Slovenijo izvožen kivi? Iztržek izrazi v AUD.
(3 točke)

3. naloga

a) V tovarni koles so imeli v letu 2008 stroške električne energije v višine 396.000 EUR.

Razdelili so jih med štiri proizvodne obrate:

- $\frac{1}{4}$ vseh stroškov premosorazmerno velikosti obrata (2500m^2 , 2000m^2 , 1500m^2 in 3000m^2)
- ostanek premosorazmerno številu proizvedenih koles (8500, 20000, 16000 in 5000)

Razdelite stroške električne energije med proizvodne obrate!

(4 točke)

b) Za leto 2009 planirajo proizvodnjo 52.000 koles. Kolesa bodo izdelovali v vseh štirih obratih. V prvem bodo izdelali za 20 % več kot v tretjem, v četrtem obratu enako količino koles kot v tretjem in v drugem dvakrat toliko kot v četrtem. Koliko koles bodo izdelali v posameznem obratu?

(3 točke)

4. naloga

- a) Športna trgovina je imela pred razprodajo na zalogi 40 parov smuči Elan XXY za rekreativce po ceni 430,00 EUR. Na razprodaji so ceno znižali za 18% in uspeli prodati 22 parov. Ker s prodajo niso bili zadovoljni, so ceno smuči znižali še za dodatnih 10 %. Po tej ceni so prodali vso preostalo zalogo.

Koliko je znašala končna cena teh smuči?

Kolikšen je bil iztržek pri prodaji?

(4 točke)

- b) Neka druga trgovina pa se je odločila, da bo pred sezonsko razprodajo blaga povečala ceno smuči in jo nato v času razprodaj zmanjšala. Trgovina je ceno smuči povečala dvakrat za 8 %. Za koliko odstotkov mora sedaj zmanjšati ceno, da je končna cena smuči enaka začetni izhodiščni ceni?

(3 točke)

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA POSLOVNE MATEMATIKE
za srednje šole za zlato priznanje

Šolsko leto 2008/09

2. skupina (višja stopnja zahtevnosti)

Datum: 17. 4. 2009

Čas pisanja: od 10.00 do 12.00

- Pri reševanju nalog lahko uporabljate: kemični svinčnik ali nalivno pero, ravnilo, žepno računalno.
- Uporaba vnaprej pripravljenih formul ni dovoljena.
- Uporaba korekturnih sredstev ni dovoljena.
- Pri vmesnih rezultatih upoštevajte vsa decimalna mesta.
- Končne rezultate zaokrožite na dve decimalni mesti, če ni navedeno drugače.
- Vse matematične in logične rešitve so enakovredne.

1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	SKUPAJ	Možne točke
					28

Ime in priimek: _____ (velike tiskane črke)

Veliko uspeha pri reševanju nalog!

1. naloga

- a) V letu 2009 imamo predvidene naslednje prihodke: 10. junija 2.000 EUR, 20. avgusta 3.500 EUR in 22. oktobra 2.500 EUR. Vse prejeme bomo položili na bančni račun. Koliko denarja bomo imeli na banki ob koncu leta, če banka uporablja navadni obrestni račun in dekurzivni način z obrestno mero 4,2 % p.a.? Sistem (K, 365). *(3 točke)*
- b) Koliko bi morali položiti na bančni račun v enkratnem znesku 10. junija 2009, da bomo imeli na računu ob koncu leta 2009, 10.000 EUR? Banka uporablja dekurzivni način, navadni obrestni račun in 4,2 % p.a. obrestno mero. *(2 točki)*
- c) Glavnico 10.000 EUR ob koncu leta 2009 pustimo na računu. Na kateri dan (datum) bo narasla na 10.070,19 EUR? Pogoji so enaki kot prej. *(2 točki)*

2. naloga

- a) Banka je neko vlogo obrestovala 127 dni po 2,2 % letni obrestni meri, nato pa 86 dni po 2,8 % obrestni meri. Koliko odstotkov začetne glavnice so znašale konformne obresti?

(3 točke)

- b) Kolikšna bi bila enotna (povprečna) letna obrestna mera, ki bi v skupnih 213-ih dneh prinesla enake obresti kot v primeru a?

(2 točki)

- c) Denimo, da je v primeru b) izračunana povprečna letna obrestna mera 2,44 %. Koliko časa bi potrebovala glavica, da bi se podvojila? Rezultat izrazi v letih in dnevih. *(2 točki)*

3. naloga

- a) Podjetje BIRO3 je pri banki podpisalo pogodbo o najemu anticipativno obrestovanega posojila v višini 125.000 EUR, da bo lahko izplačalo marčevske plače. Letna obrestna mera za 45 dni najema znaša 4,5 %, dnevna kapitalizacija. Kolikšen znesek jim je banka izplačala in kolikšne so obresti? Uporabi konformno prilagajanje obrestne mere. *(2 točki)*
- b) Kakšna bi bila letna anticipativna obrestna mera, če bi iz naslova posojila 125.000 EUR, ki ga moramo vrniti čez 45 dni, dobili izplačanih natančno 124.000 EUR? Banka upošteva dnevno kapitalizacijo in konformno obrestno mero. *(2 točki)*
- c) Podjetje BIRO3 ima tudi dolg v končni vrednosti 52.700 EUR, ki dospeva 31. 10. 2010. Ta dolg želi poplačati prej z dvema obrokom od katerih bo prvi dvakrat večji od drugega. Prvi bo sledil 31. 5. 2009 in drugi 31. 5. 2010. Kolikšna bosta ta dva obroka, če je posojilo obrestovano anticipativno z letno obrestno mero 5,4 % p. a. pri mesečni kapitalizaciji in relativnem obračunu? *(3 točke)*

4. naloga

a) V družini Novak so se odločili za varčevanje, denar bodo namenili za obnovo hiše. Na začetku vsakega meseca bodo položili na bančni račun po 450 EUR. Varčevali bodo 30 mesecev. Letna obrestna mera je 3,2 %, dekurzivni obračun, z relativnim prilagajanjem in mesečno kapitalizacijo. Kolikšno vsoto bo imela družina na računu po preteku 30 mesecev? *(3 točke)*

b) Družina ima v banki že vezano vlogo, čas vezave je 36 mesecev, iztekla se bo ob koncu prej načrtovanega varčevanja (v nalogi a) in bo znašala 9.520,35 EUR. Kolikšna je bila njena začetna vrednost, če vezava traja 36 mesecev pod enakimi pogoji kot v nalogi a. *(1 točka)*

c) Koliko krat (koliko vlog) bi morala družina položiti na bančni račun na koncu vsakega meseca po 450 EUR, da bi imela na računu 20.000 EUR? Velja 3,2 % p.a. obrestna mera, mesečna kapitalizacija s konformnim prilagajanjem in dekurzivnim obračunom. *(3 točke)*

POSLOVNA MATEMATIKA

NIŽJI NIVO – DRŽAVNO TEKMOVANJE

1. Sklepni račun

Kino iztrži 34.560,00 EUR, če 5 dni tedensko predvaja 4 predstave dnevno in je zasedenost dvoran 100 %.

- a) Koliko predstav dnevno bi morali predvajati, da bi pri 7 dnevnem predvajanju in 80 % zasedenosti dvoran zaslužili 29.030,40 EUR? (3 T)

Rešitev:

5 d/t	4 p /d	100 %	34.560,00 EUR
↓		↑		↓		↑
7 d/t	x p/d	80 %	29.030,40 EUR

$$X = \frac{5 * 4 * 100 * 29.030,40}{7 * 80 * 34560} = 3 \text{ p/d}$$

Odg.: Predvajati mora 3 predstave dnevno.

- b) Kakšna bi morala biti povprečna zasedenost kinodvoran, da bi pri predvajanju 5 predstav dnevno, 6 dni tedensko, zaslužili 36.936,00 EUR, pri čemer je bilo 25 % vstopnic prodanih po za 20 % nižjih cenah v okviru abonmajskih ugodnosti? (4 T)

4 p/d	5 d/t	34.560,00 EUR	100 %	100 %
↓		↓		↑		↑		↓
5 p/d	6 d/t	36.936,00 EUR	x %	95 %

$$0,25 * 80 + 0,75 * 100 = 95$$

$$X = \frac{100 * 4 * 5 * 36.936,00 * 100}{5 * 6 * 34.560,00 * 95} = 75 \%$$

Odg: Zasedenost dvoran bi morala biti 75 %.

2. Verižni račun

V Sydneyu staneta 2 gl (galoni) multivitaminskega soka toliko kot 15 lb kivija. 5 gl (galon) multivitaminskega soka pa stane 65,00 AUD. Slovenski uvoznik je uvozil trikrat po 15 ton kivija in dobil 4 % popust, uvozni stroški pa znašajo 5 %. (1 lb = 0,45 kg)

a) Kakšna je menjalni tečaj EURO/AUD, če je cena za en kilogram kivija 1,86 EUR? (4 T)

X AUD	1 EUR
100 EUR	96 EUR
100 EUR	105 EUR
1,86 EUR	1 kg
0,45 kg	1 lb
15 lb	2 gl
5 gl	65 AUD

$$X = \frac{2 * 65 * 96 * 105}{100 * 100 * 1,86 * 0,45 * 15 * 5} = 2,087 \text{ AUD}$$

Odg.: Upoštevan je devizni tečaj 2,087 AUD za 1 EUR.

b) Koliko iztrži avstralski izvoznik za v Slovenijo izvožen kivi? Iztržek izrazi v AUD. (3 T)

X AUD	45 t
1 t	1000 kg
0,45 kg	1 lb
15 lb	2 gl
5 gl	65 AUD
100 AUD	96 AUD

$$X = \frac{45 * 1000 * 2 * 65 * 96}{0,45 * 15 * 5 * 100} = 166.400,00 \text{ AUD}$$

Odg.: Avstralski izvoznik iztrži 166.400,00 AUD.

Razdelilni račun

a) V tovarni koles so imeli v letu 2008 stroške električne energije v višine 396.000 EUR.

Razdelili so jih med štiri proizvodne obrate:

- $\frac{1}{4}$ vseh stroškov premosorazmerno velikosti obrata (2500m², 2000m², 1500m² in 3000m²)
- ostanek premosorazmerno številu proizvedenih koles (8500, 20000, 16000 in 5000)

Razdeli stroške električne energije med proizvodne obrate:

$$\frac{1}{4} \text{ od } 396.000 = 99.000$$

$$10x + 8x + 6x + 12x = 99.000$$
$$x = 2750$$

$$\frac{3}{4} \text{ od } 396.000 = 297.000$$

$$8500:20000:16000:5000 = 17:40:32:10$$

$$17x + 40x + 32x + 10x = 297.000$$
$$x = 3000$$

obrat	I	II	Skupaj
A	27500	51000	78500
B	22000	120000	142000
C	16500	96000	112500
D	33000	30000	63000

4 t

b) Za leto 2009 planirajo proizvodnjo 52.000 koles. Kolesa bodo izdelovali v vseh štirih obratih. V prvem bodo izdelali za 20 % več kot v tretjem, v četrtem obratu enako količino koles kot v tretjem in v drugem dvakrat toliko kot v četrtem. Koliko koles bodo izdelali v posameznem obratu

obrat		Rešitev
A	1,2x	12000
B	2x	20000
C	x	10000
D	x	10000
	5,2x = 52.000	
	x = 1000	

3 t

4. Procentni račun

a) Športna trgovina je imela pred razprodajo na zalogi 40 parov smuči Elan XXY za rekreativce po ceni 430,00 EUR. Na razprodaji so ceno znižali za 18% in uspeli prodati 22 parov. Ker s prodajo niso bili zadovoljni, so ceno smuči znižali še za dodatnih 10 %. Po tej ceni so prodali vso preostalo zalogo.

Koliko je znašala končna cena teh smuči?

Kolikšen je bil iztržek pri prodaji?

$$430,00 * 0,82 = 352,60 * 0,90 = 317,34 \text{ EUR}$$

$$\text{Iztržek: } 352,60 * 22 + 317,34 * 18 = 13469,32$$

4 t

b) Neka druga trgovina pa se je odločila, da bo pred sezonsko razprodajo blaga povečala ceno smuči in jo nato v času razprodaj zmanjšala. Trgovina je ceno smuči povečala dvakrat za 8 %. Za koliko odstotkov mora sedaj zmanjšati ceno, da je končna cena smuči enaka začetni izhodiščni ceni?

$$x * 1,08^2 * \frac{y}{100} = x$$

$$y = 85,73\%$$

Odg.: Ceno mora zmanjšati za 14,27 %

3 3t

REŠITVE

1. naloga, navadni obrestni račun

a) V letu 2009 imamo predvidene naslednje prihodke: 10. junija 2000 EUR, 20. avgusta 3500 EUR in 22. oktobra 2500 EUR. Vse prejeme bomo položili na bančni račun. Koliko denarja bomo imeli na banki ob koncu leta, če banka uporablja navadni obrestni račun in dekurzivni način z obrestno mero 4,2 % p.a.?

$$G_1 = 2000 \text{ EUR} \quad n_1 = 204 \text{ dni}$$

$$G_2 = 3500 \text{ EUR} \quad n_2 = 133 \text{ dni}$$

$$G_3 = 2500 \text{ EUR} \quad n_3 = 70 \text{ dni}$$

$$p = 4,2 \% \text{ p.a.}$$

$$o = \frac{G \cdot p \cdot n}{36500}$$

$$G^+ = G_1 + G_2 + G_3 + o_1 + o_2 + o_3$$

$$G^+ = 8120,65 \text{ EUR}$$

V banki bomo imeli **8120,65 EUR**.

Skupaj 3 točke. Izračunani dnevi 1 točka. Izračunan G^+ 2 točki (pravilno nastavljena naloga 1 točka in pravi izračun 1 točka).

b) Koliko bi morali položiti na račun 10. junija 2009, da bi imeli na računu ob koncu leta 10000 EUR, če je obrestna mera 4,2 % p.a.?

$$n_1 = 204 \text{ dni}$$

$$p = 4,2 \% \text{ p.a.}$$

$$G^+ = 10000 \text{ EUR}$$

$$G = \frac{G^+ \cdot 36500}{36500 + p \cdot n} = \frac{10000 \cdot 36500}{36500 + 4,2 \cdot 204} = 9770,64$$

Položiti bi morali **9770,64 EUR**.

Skupaj 2 točki. Nastavitev 1 točka in izračun 1 točka.

c) Glavnico 10000 EUR ob koncu leta 2009 pustimo na računu. Na kateri dan (datum) bo narasla na 10070,19 EUR? Pogoji so enaki kot prej.

$$G = 10000 \text{ EUR}$$

$$p = 4,2 \% \text{ p.a.}$$

$$G^+ = 10070,19 \text{ EUR}$$

$$o = 70,19 \text{ EUR}$$

$$n = \frac{36500 \cdot o}{G \cdot p} = \frac{36500 \cdot 70,19}{10000 \cdot 4,2} = 61$$

V **61 dneh** bo glavnica narasla na 10070,19 EUR. To bo **2. marca 2010**.

Skupaj 2 točki. Izračun števila dni 1 točka in datum 1 točka.

2. naloga, obrestnoobrestni račun, dekurzivno

a) Banka je neko vlogo obrestovala 127 dni po 2,2 % letni obrestni meri, nato pa 86 dni po 2,8 % obrestni meri. Koliko odstotkov začetne glavnice so znašale konformne obresti? (3 t)

$$\sqrt[365]{1,022^{127}} * \sqrt[365]{1,028^{86}} = 1,42 \quad (2 \text{ t nastavitvev, 1 točka izračun in pravilen odgovor})$$

Obresti so znašale **1,42 %** začetne glavnice.

b) Kolikšna je bila povprečna letna obrestna mera, če jo izračunaš iz obrestnih mer v primeru a)? (2 t)

$$\sqrt[213]{1,022^{127} * 1,028^{86}} = 1,024418 \quad (1 \text{ t})$$

Poprečna obrestna mera je: p = 2,44 %. (1 t)

c) Denimo, da je v primeru b izračunana povprečna letna obrestna mera 2,44 %. Koliko časa bi potrebovala glavica, da bi se podvojila? Rezultat izrazi v letih in dnevih. (2 t)

$$\frac{\log 2}{\log 1,0244} = 28,7528 \text{ let} \quad (1 \text{ t})$$

To je **28 let in 275 dni** (1 t)

3. naloga, obrestnoobrestni račun, anticipativno

a) Podjetje BIRO3 je pri banki podpisalo pogodbo o najemu anticipativno obrestovanega posojila v višini 125.000 EUR, da bo lahko izplačalo marčevske plače. Letna obrestna mera za 45 dni najema znaša 4,5 %, dnevna kapitalizacija. Kolikšen znesek jim je banka izplačala in kolikšne so obresti? Uporabi konformno prilagajanje obrestne mere. (2 t)

$$G_0 = \frac{125000}{1,000126156^{45}} = 124.292,43 \quad (1 \text{ t})$$

$$\rho = 1,000126156 \quad (1 \text{ t})$$

b) Kakšna bi bila letna anticipativna obrestna mera, če bi iz naslova posojila 125.000 EUR, ki ga moramo vrniti čez 45 dni, dobili izplačanih natančno 124.000 EUR? Banka upošteva dnevno kapitalizacijo in konformno obrestno mero. (2 t)

$$\rho = \sqrt[45]{\frac{125000}{124000}} = 1,000178509 \text{ p. d.} \quad (1 \text{ t})$$

$$\rho = 1,067318934 \text{ p. a.}$$

$$\pi = 6,307 \% \text{ p. a.} \quad (1 \text{ t})$$

c) Podjetje BIRO3 ima tudi dolg v končni vrednosti 52.700 EUR, ki dospeva 31. 10. 2010. Ta dolg želi poplačati prej z dvema obrokom od katerih bo prvi dvakrat večji od drugega. Prvi bo sledil 31. 5. 2009 in drugi 31. 5. 2010. Kolikšna bosta ta dva obroka, če je posojilo obrestovano anticipativno z letno obrestno mero 5,4 % p. a. pri mesečni kapitalizaciji in relativnem obračunu? (3 t)

$$2 * x * \rho_m^{17} + x * \rho_m^5 = 52.700 \quad (2 \text{ t nastavitev, 1 t izračun in pravilen odgovor)}$$

$$\mathbf{x = 16560,96 \text{ EUR}}$$

$$\mathbf{2x = 33121,92 \text{ EUR}}$$

4. naloga, periodični tokovi

a) V družini Novak so se odločili za varčevanje, denar bodo namenili za obnovo hiše. Na začetku vsakega meseca bodo položili na bančni račun po 450 EUR. Varčevali bodo 30 mesecev. Letna obrestna mera je 3,2 %, dekurzivni obračun, z relativnim prilagajanjem in mesečno kapitalizacijo. Kolikšno vsoto bo imela družina na računu po preteku 30 mesecev?

$a = 450$ EUR

$n = 30$ mes

$p = 3,2$ % p.a.

$$r_M = 1 + \frac{p}{100 \cdot M} = 1 + \frac{3,2}{1200} = 1,00266667$$

$$S^{(pre)} = ar_M \frac{r_M^n - 1}{r_M - 1} = 450 \cdot \left(1 + \frac{3,2}{1200}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{3,2}{1200}\right)^{30} - 1}{\left(1 + \frac{3,2}{1200}\right) - 1}$$

$S^{(pre)} = 14072,66$ EUR Družina bo imela **14072,66 EUR**.

Skupaj 3 točke. 1 točka izračun faktorja, 1 točka nastavitvev in 1 točka izračun.

b) Družina ima v banki že vezano vlogo, čas vezave je 36 mesecev, iztekla se bo ob koncu prej načrtovanega varčevanja (v nalogi a) in bo znašala 9520,35 EUR. Kolikšna je bila njena začetna vrednost, če vezava traja 36 mesecev pod enakimi pogoji kot v nalogi a.

$G_n = 9520,35$ EUR

$n = 36$ mes

$p = 3,2$ % p.a.

$r_M = 1,00266667$

$$G_0 = \frac{G_n}{r_M^n} = \frac{9520,35}{\left(1 + \frac{3,2}{1200}\right)^{36}}$$

$G_0 = 8650$ EUR Začetna vrednost vezane vloge je **8650 EUR**.

Skupaj 1 točka.

c) Koliko krat (koliko vlog) bi morala družina položiti na bančni račun na koncu vsakega meseca po 450 EUR, da bi imela na računu 20000 EUR? Velja 3,2 % p.a. obrestna mera, mesečna kapitalizacija s konformnim prilagajanjem in dekurzivnim obračunom..

$S^{(POST)} = 15000$ EUR

$p = 3,2$ % p.a.

$a = 450$ EUR

$r_M = \sqrt[12]{1,032}$

$$n = \frac{\log\left(\frac{S^{(post)} \cdot (r_M - 1)}{a} + 1\right)}{\log r_M} = \frac{\log\left(\frac{20000 \cdot (\sqrt[12]{1,032} - 1)}{450} + 1\right)}{\log \sqrt[12]{1,032}} = 31,995$$

Položiti mora **42** vlog.

Skupaj 3 točki. 1 točka izračun faktorja, 1 točka nastavitvev in 1 točka izračun.